Costruiamo tutte le possibili strutture di anello su un insieme X avente 1, 2 o 3 elementi.

- Se $|X| = 1$, allora su X è possibile definire un'unica operazione: detto x l'unico elemento di X, essa invierà la coppia (x, x) in x. Questa è, contemporaneamente, l'unica somma e l'unico prodotto definibili su X. Rispetto a tale coppia di operazioni, X è un anello, l'anello *banale*, il cui gruppo additivo è il gruppo banale, ridotto al solo zero. L'unico elemento x è dunque l'elemento neutro della somma (per questo motivo si parla anche di *anello nullo*), ma è anche l'elemento neutro del prodotto. Dunque l'anello banale è unitario, oltre che, naturalmente, commutativo.
- Sia ora $|X| = 2$, sia $X = \{x, y\}$. Una volta attribuito a y il ruolo di zero, è univocamente determinata la struttura di gruppo additivo (che è abeliano). Un possibile prodotto è il prodotto banale, che dà luogo ad una struttura di anello commutativo, ma non unitario, dato che ogni prodotto è uguale a zero, e quindi mai è uguale a x. Per lo stesso motivo, l'anello così definito non è integro. In ogni caso, in un anello sono nulli tutti i prodotti in cui uno dei fattori è 0. Nel nostro caso, esiste un solo altro prodotto, precisamente $x \cdot x$. Volendo definire un prodotto non banale, occorrerà porre $x \cdot x = x$, unica alternativa esistente. In tal modo si definisce un prodotto commutativo dotato di elemento neutro, che è x. Si può facilmente verificare che esso soddisfa la proprietà associativa: ogni prodotto di tre fattori in cui uno di questi sia zero è uguale a zero. Rimane dunque da considerare il prodotto $x \cdot (x \cdot x)$, che è uguale a x, come il prodotto $(x \cdot x) \cdot x$. Con considerazioni altrettanto elementari si può provare anche la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma. Ad esempio, dati $a, b, c \in X$, si può osservare che il prodotto $a \cdot (b + c)$ è diverso da zero se e solo se $a = x = b + c$, e la seconda uguaglianza vale se e solo se $\{b, c\} = \{x, 0\}$. Ma in tal caso $\{ab,\ ac\} = \{x, 0\}$, e dunque $ab + ac = x$. Viceversa, questa somma è diversa da zero se e solo se i suoi due addendi sono diversi, il che accade se e solo se a è non nullo (ossia $a = x$) e b e c sono uno uguale a zero, l'altro uguale a x, ossia esattamente nel caso in cui è non nullo $a \cdot (b + c)$. Più avanti potremo superare questa verifica disponendo, per altra via, di un anello di ordine 2 le cui tavole di composizione di somma e prodotto sono le seguenti:

$+$	0	x
0	0	x
x	x	0

$\cdot$	0	x
0	0	0
x	0	x

Si può notare che un anello siffatto è certamente un campo: infatti l'unico elemento non nullo è l'elemento uno, che è banalmente invertibile.

Esistono dunque due distinte strutture di anello di ordine 2 (anello banale e un campo).

- Sia ora $X = \{x, y, z\}$, ove supponiamo $z = 0$. Nell'unica struttura di gruppo (additivo) esistente si ha che $-x = y$. Questa è una struttura di gruppo abeliano. Definiamo un prodotto diverso da quello banale. Ovviamente questo sarà univocamente determinato dalla scelta di $x \cdot x$, dato che si ha $x \cdot x = (-x) \cdot (-x)$, e $x \cdot (-x) = (-x) \cdot x = -(x \cdot x)$, mentre i restanti prodotti sono sempre nulli. Si otterebbe quindi il prodotto banale se si ponesse $x \cdot x = 0$. Sussistono due alternative. La prima prevede che sia $x \cdot x = x$. In tal caso la tavola di composizione del prodotto è la seguente:

$\cdot$	0	x	$-x$
0	0	0	0
x	0	x	$-x$
$-x$	0	$-x$	x

Il prodotto è commutativo, l'elemento neutro è x ed ogni elemento non nullo è invertibile. Una volta verificate le proprietà associativa e distributiva, si conclude dunque che l'anello in questione è un **campo**.

La seconda possibilità, per la definizione di un prodotto non banale, prevede di porre $x \cdot x = -x$. In tal caso si ottiene la tavola di composizione seguente:

$\cdot$	0	x	$-x$
0	0	0	0
x	0	$-x$	x
$-x$	0	x	$-x$

Questa ha però la stessa forma della precedente, e quindi fornisce una struttura di anello isomorfo al precedente.

Esistono dunque due distinte strutture di anello di ordine 3 (anello banale e un campo).

In particolare, abbiamo stabilito che **ogni anello di ordine al più 3 è commutativo**.

Per l'ordine 4:

- esistono 11 strutture di anello;
- due di queste non sono anelli commutativi;
- solo 4 di queste sono anelli unitari (e anche commutativi).

Vedremo più avanti almeno un esempio non commutativo.